

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA METROPOLITANA DE HIDALGO**

**ING. EN AERONÁUTICA**

**Profesor: Luis Meza Chávez**

**TAREA 5: Cálculo Diferencial e Integral.**

**Instrucciones:** Resuelve los siguientes ejercicios y presenta tus soluciones de manera clara y ordenada en hojas de reciclaje (de preferencia), si vas a utilizar hojas blancas escribe de ambos lados. Cualquier acto de deshonestidad se evaluará con 0.

- Demuestra que si  $x > 0$  entonces  $\frac{d}{dx} \ln(x) = \frac{1}{x}$ . Concluye que si  $g(x)$  es una función diferenciable en  $x$  y si  $g(x) > 0$  entonces  $\frac{d}{dx} \ln(g(x)) = \frac{g'(x)}{g(x)}$ .
- Utilizando el problema anterior deduce que  $\frac{d}{dx} e^x = e^x$  para todo  $x$ .
- Calcula la derivada de las siguientes funciones:
  - $f(x) = e^{\sqrt{\frac{x^2-2}{x^3-3}}}$
  - $f(x) = \cos(e^{\tan(2x^2+1)})$
  - $f(x) = \ln\left(\frac{(x^2-3x+2)^{5/7}}{(x^4+3x^2-2)^{2/3}}\right)$
  - $f(x) = 4x \tanh(\sqrt{e^{x^2+2}})$
  - $f(x) = \operatorname{sech}(\cos(x^3+1) \tan(x^2+3))$
  - $f(x) = \frac{x^2+1}{\operatorname{csch}(-2x^2+3)}$
  - $f(x) = \sqrt{\frac{\cosh(-x)+x^2}{\sinh(x^2)+3}}$
  - $f(x) = \operatorname{sech}(x^2+1) \operatorname{csch}(x^2-1)$
- Verifica que las hipótesis del teorema del valor medio se satisfacen para las siguientes funciones en el intervalo indicado y luego encuentra el valor de  $c$  en el intervalo que hace cierto el teorema.
  - $f(x) = -4x^3 + 3x^2 - 2x + 6$  en  $[-3, 5]$ .
  - $f(x) = 3\sqrt{1+\cos(x)}$  en  $[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ .
- Resuelva los problemas del 26 al 31 de la página 222 del libro de texto.
- En los siguientes ejercicios determina los extremos absolutos de las funciones dadas en los intervalos indicados. Encuentre también el valor de  $x$  en donde ocurren estos extremos.
  - $f(x) = 3x^2 - 2x + 3$  en  $[-2, 3]$
  - $f(x) = x^4 + 11x^3 + 34x^2 + 15x - 2$  en  $[0, 5]$
  - $f(x) = x^4 + 11x^3 + 34x^2 + 15x - 2$  en  $[-5, 5]$
  - $f(x) = 3x^4 - 3x^2 - 10$  en  $[-4, 3]$
- Se quiere cortar un alambre de longitud  $l > 0$  en dos partes. Con una parte se va a formar un triángulo equilátero y con la segunda parte se va a formar un cuadrado. Determine como se debe de cortar el alambre de forma que el área total de las dos figuras sea a) Máxima b) Mínima.
- Determine las dimensiones del cilindro circular recto de mayor área lateral posible que puede inscribirse en una esfera de radio 12 cm.
- Determine las dimensiones del cilindro circular recto de mayor volumen posible que puede inscribirse en una esfera de radio 12 cm.
- Determine el área del rectángulo más grande que tenga dos vértices en el eje  $x$  y los otros dos en la parábola  $y = -x^2 + 16$ , por encima del eje  $x$ .
- Determine las dimensiones del cilindro circular recto de mayor volumen posible que puede inscribirse en un cono circular recto de radio  $R > 0$  y altura  $H > 0$ .
- Determine las dimensiones de la caja sin tapa de mayor volumen posible que puede formarse de una hoja rectangular de cartón de largo  $l > 0$  cm y de ancho  $a > 0$  cm al cortar cuadrados de igual longitud en las esquinas y doblar hacia arriba. Suponga que  $l \geq a$ .
- Resuelve el problema 35 de la página 215 del libro.
- Realiza un análisis completo de la siguientes funciones encontrando: Puntos críticos, extremos locales, intervalos de crecimiento, de decrecimiento puntos de inflexión e intervalos de

**concavidad.**

a)  $f(x) = 4x^3 - x^2 - 30x + 1$

b)  $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{5x^4}{4} - \frac{73x^3}{3} + 293\frac{x^2}{2} + 360x + 1$

c)  $f(x) = 20x^3 + 3x^2 - 10x + 3$

d)  $f(x) = x^3 + 10x^2 - 49x - 490$

e)  $f(x) = 3x^5 - 25x^3 + 60x + 1$

15. Determina las dimensiones del recipiente en forma de cilindro recto sin tapa que contenga 1 litro para el cual se ocupa la menor cantidad de material en la elaboración.
16. Demuestra que el vértice de la parábola  $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ , esta en el punto  $(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ .
17. Se deben construir envases cilíndricos de bebida con capacidad de  $500\text{cm}^3$ . Calcular las dimensiones que deben tener para que su costo sea el mínimo.
18. Se quiere construir una ventana con base rectangular y en la parte superior una media circunferencia que tenga de perímetro  $5\text{m}$ . Calcule las dimensiones de la ventana de forma que entre la mayor cantidad de luz solar posible.
19. Calcula las dimensiones que debe tener un bote cilíndrico cuya área total, incluyendo las dos tapas, es de  $500\text{cm}$  para que su volumen sea máximo.